Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN

Cinvestav Guadalajara

Programa: Maestría en Ciencias en la Especialidad de Ingeniería Eléctrica
LGAC: Control Automático
Ejemplo de examen de preselección

Año: **2024**

1. Conceptos básicos

1.1. Defina el concepto de sistema dinámico.
1.2. Defina el concepto de control y control automático.
1.3. Defina el concepto de control en lazo abierto y lazo cerrado. Mencione las ventajas y desventajas de cada uno
1.4. Defina el concepto de retroalimentación y su importancia.
1.5. Grafique las señales escalón unitario, delta de dirac, $f(t) = e^{-3}t$.

2. Transformada de Laplace

2.1. Encontrar la trasformada de Laplace de un escalón unitario y de $f(t) = e^{-3}t$
2.2. Encontrar la transformada inversa de Laplace de:

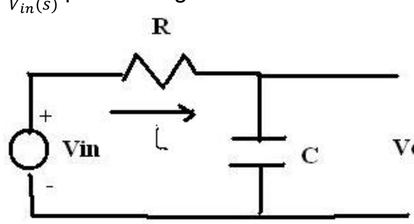
$$F(s) = \frac{3s^2 + 5s}{(s + 8)(s + 4)(s + l)}$$
$$F(s) = \frac{s}{(s + 2)(s + 1)(s + 3)}$$
$$F(s) = \frac{1}{(s + 2)(s + 1)(s + 3)}$$

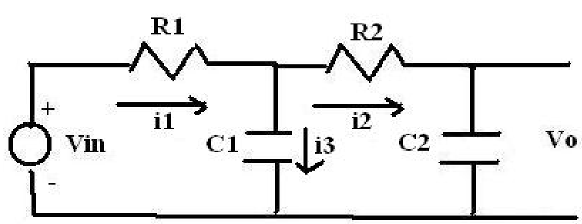
2.3. Resuelva por Laplace las ecuaciones diferenciales:

$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 6x = O,\ x(O) = O,\ \dot{x}\,(O) = 3$$
$$\ddot{x} + 3\dot{x} + 2x = O,\ x(O) = a,\ \dot{x}\,(O) = b$$
$$\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = O,\ x(O) = O,\ \dot{x}\,(O) = O$$

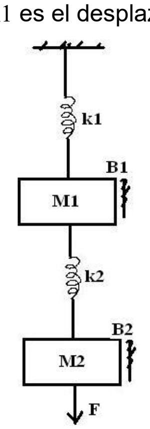
3. Modelado

3.1. Encuentre la función de transferencia $\frac{V_O(s)}{V_{in}(s)}$ para los siguientes casos:

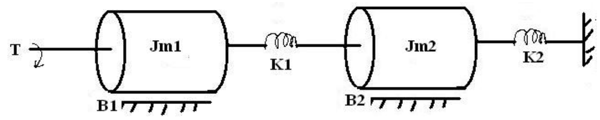




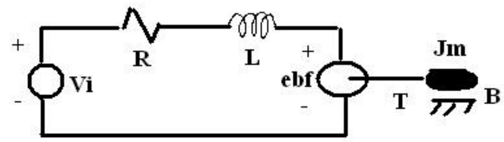
3.2. Encuentre la función de transferencia $\frac{X_1(s)}{F(s)}$, donde x1 es el desplazamiento de la masa 1, para el siguiente caso:



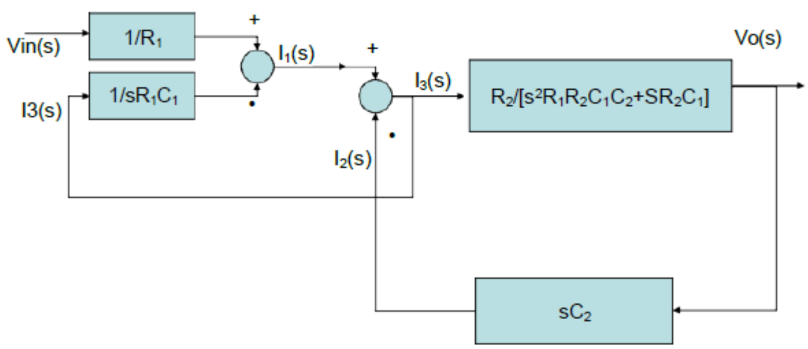
3.3. Encuentre la función de transferencia $\frac{W_2(s)}{T(s)}$, donde $w2$ es la salida del tambor 2, para el siguiente caso:

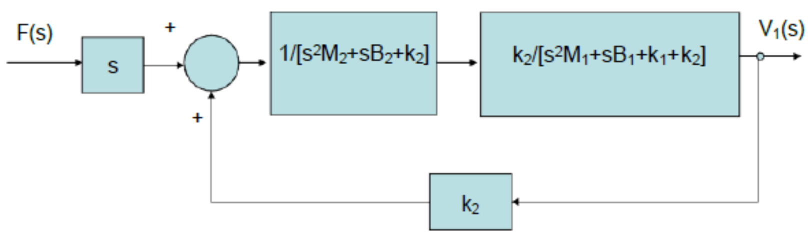


3.4. Encuentre la función de transferencia $\frac{W(s)}{V_i(s)}$, donde w es la salida del tambor Jm, para el siguiente caso:



3.5. Reduzca los siguientes diagramas de bloques.





4. Análisis temporal

4.1. Defina el concepto de estabilidad $BIBO$ y cuándo un sistema lineal es $BIBO$.

4.2. Determine los valores de K para que las ecuaciones características tengan todos los polos con parte real negativa.

$$8s^4 + 5s^3 + 6s^2 + 5s + 2$$
$$9s^5 + 6s^4 + 8s^3 + 3s^2 + 4s + 2$$
$$7s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 3s^2 - s + 2$$

4.3. Dibujar los lugares de las raíces de las siguientes funciones de transferencia (aproxime linealmente e^{-s} por Taylor):

$$F(s) = \frac{s+2}{(s+3)(s+4)(s+1)}$$
$$F(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$
$$F(s) = \frac{s-4}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

5. Análisis frecuencial

5.1. Defina el concepto de diagramas de bode.

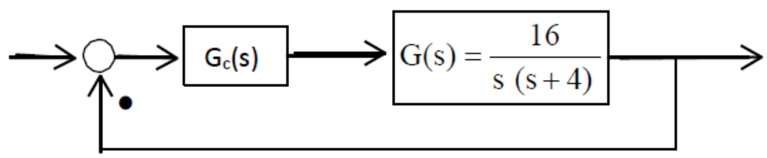
5.2. Defina los conceptos de margen de fase y margen de ganancia.

5.3. Obtenga el diagrama de Bode de los siguientes sistemas:

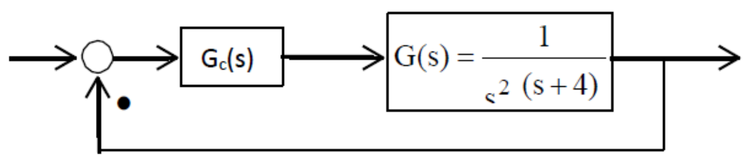
$$F(s) = \frac{s+2}{(s+3)(s+4)(s+1)}$$
$$F(s) = \frac{e^{-s}}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$
$$F(s) = \frac{s-4}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

6. Compensadores (Diseño temporal)

6.1. Dado el sistema de control de la figura, diseñar un compensador tal que la constante de error estático de velocidad Kv sea de 20 seg^{-1} sin que se modifique de forma notable la ubicación original de un par de polos complejos conjugados en lazo cerrado.



6.2. Dado el sistema de control de la figura, diseñar un compensador tal que la curva de respuesta ante una entrada escalón unitario exhiba un sobrepaso máximo del 253 o menor, y un tiempo de establecimiento de 5 segundos o menos.



7. Compensadores (Diseño Frecuencial)

7.1. Dado el proceso: $G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$, diseñar un compensador de adelanto de fase de modo que la constante de error estático de velocidad sea $Kv = 2Oseg^{-1}$, el margen de fase sea al menos de 50^0 y el margen de ganancia sea al menos de 10 dB.

7.2. Dado el proceso: $G(s) = \frac{4}{s(s+1)(0.5s+1)}$, diseñar un compensador de adelanto de fase de modo que la constante de error estático de velocidad sea $Kv = 5seg^{-1}$, el margen de fase sea al menos de 40^0 y el margen de ganancia sea al menos de 10 dB.

Matemáticas [1] [2]

1. Números y sus propiedades, Reales y Complejos. (Capítulo 1 y sección 9.6, texto principal).

1.1. Encuentre el valor de z efectuando la siguiente división:

$$z = \frac{2+3i}{3+4i}$$

(Nota: $i = \sqrt{-1}$)

1.2. Encuentre la representación polar del siguiente número complejo.

$z = 3 - 4i;$

Además, dé una representación gráfica de z en el plano complejo XY indicando en ella los valores de x, y, r y θ.

1.3. Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{2^8 i^{19}}{(-2i)^{11}}$$

2. Polinomios, factorización, división sintética. (Capítulos 2 y 10.1, texto principal).
   2.1. Obtenga a $q(x)$ como un polinomio de quinto grado aplicando división sintética a la siguiente expresión:
   $$q(x) = \frac{x^6 - 64}{x - 2}$$
   2.2. Reduzca el siguiente cociente a su mínima expresión.
   $$q(x) = \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$$
   2.3. Demuestre que el siguiente polinomio tiene a -1 y a 5 como ceros de multiplicidad 2. Encuentre los ceros restantes. (Se recomienda emplear división sintética).
   $$p(x) = x^6 - 8x^5 + 7x^4 + 32x^3 + 31x^2 + 40x + 25$$

3. Ecuaciones lineales con una incógnita. (Capítulo 3, texto principal).
   3.1. Resuelva la siguiente ecuación:
   $$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}$$
   3.2. Convierta la siguiente expresión en una ecuación lineal polinómica, resuelva para x y verifique su solución.
   $$\frac{x}{2x - 4} - \frac{2}{3} = \frac{7 - 2x}{3x - 6}$$
   3.3. Una mujer tiene en su monedero $ 4.45 en monedas de 10 y de 25 centavos. Si tiene 25 monedas en total, ¿Cuántas monedas de 10 centavos tiene?

4. Ecuaciones simultáneas con dos incógnitas. (Capítulo 3, texto principal).
   4.1. ¿Cuál es la solución para x y para y del siguiente par de ecuaciones:
   $$\frac{2}{3}x + y = 4$$
   $$x + 3y = 12$$
   4.2. Un avión vuela de Puerto Azul a Ciudad Progreso, con viento a favor de 60 km/hr, en un tiempo de dos horas. Sin embargo, si volara de Ciudad Progreso a Puerto Azul con ese mismo viento en contra tardaría 2hr 30 min. ¿Cuál es la velocidad de crucero del Avión (sin viento)? ¿Cuál es la distancia entre Puerto Azul y Ciudad Progreso?
   4.3. La suma de los cuadrados de tres enteros positivos, que son impares y consecutivos, es de 683. Encuentre dichos tres enteros.

5. Inecuaciones. (Sección 3.5, texto principal).
   5.1. Resuelva la siguiente inecuación indicando los rangos de valores de x que cumplen con la desigualdad.
   $$\frac{1}{x - 2} + 1 < \frac{2}{x + 2}$$

6. Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y vectores. (Capítulo 11, texto principal).
   6.1. Para el siguiente sistema de ecuaciones escriba la matriz aumentada correspondiente y resuélvala por eliminación de Gauss; es decir, obtenga los valores de x, y, z.
   $3x - 2y + 4z = 0$
   $x - y + 3z = 1$
   $4x + 2y - z = 3$
   6.2. Encuentre los dos vectores en el plano XY, que son de longitud unitaria y perpendiculares a $v = 3\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$.

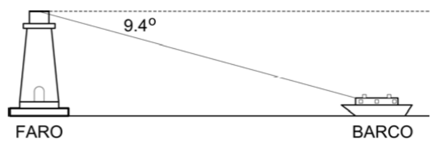
6.3. Obtenga la suma A+B y el producto A×B de las siguientes matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Trigonometría. (Capítulos 7, 8, 9, texto principal).

7.1. Sabiendo que $\tan(\theta) = 0.75$ y que $0 < \theta < \pi/2$, obtenga los valores de $\operatorname{sen}\theta$, $\cos\theta$, $\cot\theta$.

7.2. Desde la punta de un faro, a 100 m sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión (el ángulo hacia abajo desde la horizontal) en dirección a un barco en el mar es de 9.4º. ¿A qué distancia está el barco de la base del faro?



7.3. Demuestre la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{cos^3t + sen^3t}{cost + sent} = 1 - sent\ cost$$

7.4. Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica para $0 \le t \le 2\pi$:

$$\cos^2(t) + 2\cos(t) - 3 = 0.$$

8. Geometría Analítica. (Capítulos 4 y 13, texto principal).

8.1. Encuentre la ecuación de la recta en el plano XY que pasa por los puntos (2,3) y (4,8).

8.2. ¿A qué tipo de curva cónica corresponde la siguiente expresión?

$$x^2 - 2y^2 - 6x + 8y = 1$$

8.3. Trace su gráfica correspondiente, indicando en ella los valores de los rasgos principales (p. ej., posición de centro o de focos, asíntotas, intersección con los ejes, etc.)

8.4. Mediante la rotación apropiada de ejes elimine el término xy de la siguiente expresión.

$$x^2 + 24xy + 8y^2 = 136$$

8.5. ¿A qué tipo de curva cónica corresponde tal expresión?

Cálculo Diferencial e Integral [3] [4]

1. Determine el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 2} \sqrt{\frac{x^3 + 2x + 3}{x^2 + 5}}$$

2. Se h la función definida por:

$$h(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \le 1 \\ 2 + x^2, & 1 < x \end{cases}$$

a) Dibuje la gráfica de $h(x)$

b) Determine, si existen, los límites: $\lim_{x\to 1^-} h(x)$, $\lim_{x\to 1^+} h(x)$, y $\lim_{x\to 1} h(x)$

3. Evaluar el límite utilizando la regla de L'Hopital

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$$

4. Encontrar la ecuación de la tangente en el punto correspondiente al valor dado de x_o.

$$y = 2x + 3\sqrt{x}\ ,\ x_o = 4$$

5. Calcule las derivadas para las siguientes funciones:

$$f(x) = 7x^4 + 5$$

$$f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = x^2 \operatorname{sen}(x)$$

6. Dada $x\cos(y) + y\cos(x) - 1 = 0$ calcule dy/dx

7. Calcule la derivada de y con respecto a x, suponiendo que y es una función derivable de x.

$$x^5 - 2x^3y^2 + 3xy^4 - y^5 = 5$$

8. Para la función. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ determine los extremos relativos de f, los valores de x en los que ocurren los extremos relativos, los intervalos en los que f es creciente y decreciente.

9. Para la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ encuentre el punto de inflexión y determine dónde es cóncava hacia arriba y hacia abajo.

10. ¿En qué intervalos es integrable la función $f(x) = -1/x$?

11. Calcule las siguientes integrales:

$$\int_2^5 \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_0^{\pi} 3\cos(x - \pi/2) dx$$

$$\int e^{2x+1} dx$$

12. Utilice integración por partes para evaluar $\int x\cos(x)dx$.

13. Encontrar la longitud del arco:

$$x = 6\cos(t), \qquad y = 6\sin(t), \qquad \pi/3 \le t \le \pi/2$$

14. Debe construirse una caja de base cuadrada y sin tapa, y el área del material a emplear debe ser de 100 cm^2. ¿Qué dimensiones debe tener para que su volumen sea máximo?

15. Determine los primeros cinco términos de la serie de Maclaurin para $f(x) = e^x$.

16. Determine dw/dt mediante la regla de la cadena, exprese su respuesta final en términos de t.

$$w = e^x \operatorname{sen}(y) + e^y \operatorname{sen}(x), \qquad x = 3t, \quad y = 2t$$

Bibliografía:

[1] **Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica**. W. Fleming y D. Varberg, PearsonPrentice Hall, Tercera Ed., 1999.

[2] **Álgebra**. A. Baldor, Patria, Segunda Ed., 2007.

[3] **Cálculo**. E.J. Purcell, D. Varberg, y S.E. Rigdon, Pearson Prentice Hall, Novena Ed., 2007.

[4] **El Cálculo**. L. Leithold, Oxford, Séptima Ed., 2007.